

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۱۵



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۳/۲۸

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	مطابق با کنکور سراسری		
هندسه	مطابق با کنکور سراسری		
گسسته	مطابق با کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر ۱۲ است. اگر جمله چهارم، ۳۶ واحد از جمله اول بیشتر باشد، جمله اول کدام است؟

$$(1) \frac{3}{4} \quad (2) \frac{7}{4} \quad (3) \frac{4}{3} \quad (4) \frac{4}{7}$$

۲- اگر $A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$ باشد، مقدار A^2 کدام است؟

$$(1) 6 - 2\sqrt{5} \quad (2) 6 + 2\sqrt{5} \quad (3) 5 \quad (4) 20$$

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 6 = 0$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) -\frac{1}{2} \quad (3) -\frac{1}{3} \quad (4) \frac{1}{3}$$

۴- رأس سهمی $f(x) = x^2 + (a-2)x + a$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد. a چند مقدار صحیح قابل قبول دارد؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 3$$

۵- مجموعه جواب نامعادله $2 < \frac{x+2}{2x-1} < \frac{1}{2}$ به صورت $(b, +\infty)$ است. حاصل $[-2b]$ کدام است؟

$$(1) -2 \quad (2) -3 \quad (3) -4 \quad (4) -1$$

۶- مقدار ۳۹ گرم از عنصری موجود است. اگر این عنصر در هر یک سال، ۱۰ درصد جرم باقیمانده خود را از دست بدهد، پس از چند سال

۱۳ گرم از آن باقی می‌ماند؟ ($\log 3 = 0.48$)

$$(1) 9 \quad (2) 12 \quad (3) 14 \quad (4) 15$$

۷- نمودار تابع $y = (\sqrt{x} + 2)^2 + 4$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و سپس k واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. اگر نمودار جدید، نیمساز ناحیه اول و سوم را قطع کند، حداقل مقدار k کدام است؟

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) 6 \quad (4) 8$$

۸- اگر $y = a + ax + \sqrt{bx}$ ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{x}{4} + 1 - \sqrt{x}$ و $D_f = [4, +\infty)$ باشد، حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

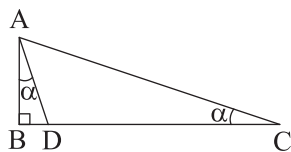
$$(1) 16 \quad (2) 8 \quad (3) 12 \quad (4) 18$$

۹- با فرض $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ مقدار A به ازای $x = 75^\circ$ کدام است؟

$$(1) \sqrt{3} \quad (2) -\sqrt{3} \quad (3) \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4) -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

محل انجام محاسبات

۱۰- در شکل زیر، $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ و $DC = 12$ است. مساحت مثلث ADC چقدر است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۲۷

(۳) ۲۸

(۴) ۳۰

۱۱- تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin 3x = \cos(\frac{\pi-x}{3})$ در بازهٔ $(0, \pi)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

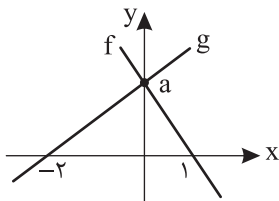
۱۲- با فرض $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ مقدار a کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۱

۱۳- اگر $f(x) = [4x^2 - 6x]$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} f(x)$ کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۵ (۳) -۷ (۴) -۸

۱۴- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + g^{-1}(x)}{g(x) + f^{-1}(x)}$ کدام است؟ ($a \neq 2$)



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۳) -۲

(۴) $-\frac{1}{2}$

۱۵- به ازای هر c از بازهٔ $(0, \frac{\pi}{4})$ ، a و b یافت می‌شود که تابع $f(x) = \begin{cases} a \sin x + b & x < c \\ \tan x & x \geq c \end{cases}$ در این بازه مشتق‌پذیر باشد. مقدار

$b \cot^3 c$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۶- خطی که در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر منحنی $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ بر نمودار آن مماس می‌شود، نیمساز ناحیه اول را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۷- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = 2x + x\sqrt{4-x}|x|$ کدام است؟

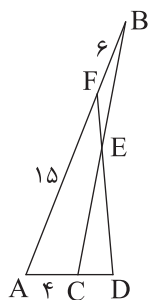
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۸- نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x+1)^3}$ چقدر از مجانب قائم آن، فاصله دارد؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۲

۱۹- در مثلث $\triangle ABC$ ($AB = AC = 10$, $\hat{A} = 120^\circ$) نقطه D محل هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث است. مساحت مثلث $\triangle ABD$ چقدر است؟

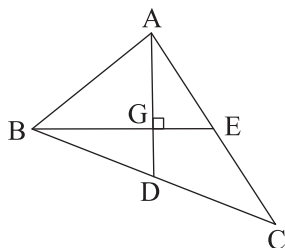
- (۱) $25\sqrt{3}$ (۲) $24\sqrt{3}$ (۳) ۲۵ (۴) ۲۴



۲۰- در شکل زیر، نقطه E وسط BC است. طول CD چند برابر $\frac{1}{3}$ است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۱- در شکل زیر $AE = EC$ و $BD = DC$ است. اگر $GD = 2$ و مساحت چهارضلعی $CDGE$ برابر ۱۲ باشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

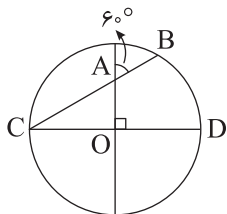


- (۱) ۷ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{13}$

۲۲- یک مخروط دوار را با صفحه‌ای موازی قاعده آن برش می‌زنیم به طوری که حجم دو قسمت جدا شده برابر هم باشند. فاصله صفحه قاطع تا صفحه قاعده چند برابر ارتفاع مخروط است؟

(۱) $\frac{2-\sqrt{4}}{2}$ (۲) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{2-\sqrt{4}}{4}$ (۴) $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$

۲۳- در دایره $(O, \sqrt{3})$ ، اندازه AB برابر کدام است؟



(۱) ۱
(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۴- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) ترکیب چند انتقال، یک بازتاب است.

(ب) ترکیب دو تقارن محوری که محورهای آن بر هم عمودند، تجانس یا دوران است.

(ج) در بازتاب و دوران، تبدیل یافته خط d می‌تواند بر d عمود باشد.

(د) بازتاب و دوران طولها هستند ولی الزاماً شیب خط را حفظ نمی‌کنند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۵- اندازه دو ضلع مثلثی ۱۳ و ۵ و تانژانت زاویه بین این دو ضلع $2/4$ است. نیمساز زاویه کوچک‌تر، مثلث را به دو جزء تقسیم می‌کند.

مساحت جزء کوچک‌تر چند درصد مساحت کل مثلث است؟

(۱) ۴۲ (۲) ۴۴ (۳) ۴۶ (۴) ۴۸

۲۶- اگر برای دو ماتریس وارون پذیر $A_{2 \times 2}$ و $B_{2 \times 2}$ رابطه $B^T = A^T - 2AB + B^T$ برقرار باشد، حاصل $A^{-1} \times (B \times A)(B - A) \times B^{-1}$

کدام است؟

(۱) $B - A$ (۲) B (۳) A (۴) I

۲۷- به ازای کدام مقدار m کوچک‌ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(-2, 4)$ و $B(4, -4)$ ، بر دایره $x^2 + y^2 + 10x + m = 0$ مماس خارج است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۱۵ (۳) ۸ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۲۸- نقطه M روی یک بیضی به کانون‌های F و F' و مرکز O قرار دارد. اگر $MF = ۳$ ، $MF' = ۷$ و $MO = ۲\sqrt{۵}$ باشد، طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

(۱) ۶ (۲) $۶\sqrt{۲}$ (۳) ۸ (۴) $۴\sqrt{۵}$

۲۹- بردارهای \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} به ترتیب با طول‌های ۲ و ۳ و ۴ در رابطه $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ صدق می‌کنند. اندازه تصویر قائم بردار \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} کدام است؟

(۱) $\frac{1}{۲}$ (۲) $\frac{۹}{۲}$ (۳) $\frac{1}{۶}$ (۴) $\frac{۲}{۹}$

۳۰- مثلث ABC با رأس‌های $A = (a, b, 1)$ و $B = (a, -b, ۳)$ و $C = (a, -۲, -1)$ مفروض است. اگر مساحت مثلثی که رئوس

آن وسط اضلاع مثلث ABC است، برابر ۲ باشد، آنگاه طول ضلع AC کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $۲\sqrt{۵}$ (۲) $۳\sqrt{۵}$ (۳) $۲\sqrt{۳}$ (۴) $۳\sqrt{۳}$

۳۱- اگر ارزش $r \sim p \wedge \sim q \Rightarrow \sim p \wedge \sim r$ نادرست باشد، در مورد ارزش گزاره $(p \vee q) \wedge r \Rightarrow (q \vee r)$ چه می‌توان گفت؟

(۱) همواره نادرست (۲) همواره درست (۳) هم‌ارزش با $p \vee q$ (۴) هم‌ارزش با $r \vee q$

۳۲- مجموعه $\{۲, ۴, ۸, ۱۶, \dots, ۱۰۲۴\}$ چند زیرمجموعه غیر تهی دارد که حاصل ضرب اعضایش مربع کامل باشد؟

(۱) ۲۵۵ (۲) ۲۵۶ (۳) ۵۱۲ (۴) ۵۱۱

۳۳- ۱۰ مرد که علی جزء آنهاست و ۱۰ زن در ۲ صف جداگانه (صف مردانه و زنان جداست). روبه‌روی یک نانوايي ایستاده‌اند. نانوا ۷ نان را از یک صف شروع کرده و بین آنها تقسیم می‌کند و به هر کدام یک نان می‌دهد. احتمال اینکه به علی نان برسد، کدام است؟ (نانوا هر بار یک نان به آقایان و یک نان به خانم‌ها می‌دهد).

(۱) $\frac{۰}{۳}$ (۲) $\frac{۰}{۳۵}$ (۳) $\frac{۰}{۴}$ (۴) $\frac{۰}{۴۵}$

۳۴- A و B دو پیشامد از فضای نمونه S می‌باشند و $P(A) = \frac{۰}{۴}$ ، $P(B) = \frac{۰}{۳}$ و $P(A|B) + P(B|A) = \frac{۱}{۴}$ است. حاصل $P(A'|B')$ کدام است؟

(۱) $\frac{۲۷}{۳۵}$ (۲) $\frac{۲۸}{۳۵}$ (۳) $\frac{1}{۷}$ (۴) $\frac{۲۶}{۳۵}$

۳۵- ضریب تغییرات داده‌های $a+1$ ، $a-1$ ، $b+2$ ، $b-2$ ، c ، دو برابر ضریب تغییرات a ، a ، b ، b ، c می‌باشد. واریانس داده‌های $a+2$ ، $a-2$ ، $b+1$ ، $b-1$ و c کدام است؟

(۱) $\frac{A}{۳}$ (۲) $\frac{۷}{۳}$ (۳) $\frac{۲}{۲}$ (۴) $\frac{۲}{۳}$

۳۶- چند عدد طبیعی و دورقمی در معادله $17 \equiv 23x^{13}$ صدق می‌کنند؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۳۷- گراف G از مرتبه $P = 13$ ، $\delta(G) = 5$ و ناهمبند و $\gamma(G) = 3$ می‌باشد. حداکثر اندازه گراف G کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۰ (۴) ۳۳

۳۸- معادله مقابل چند جواب طبیعی دارد؟ $(x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \sqrt{x_6}) = 91$

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۵۰

۳۹- از بین ۳ زن و شوهر و ۳ پسر مجرد (جمعاً ۹ نفر) می‌خواهیم ۳ نفر انتخاب کنیم به طوری که هیچ زوجی در گروه نباشد. به چند روش این کار امکان‌پذیر است؟

- (۱) ۶۳ (۲) ۴۵ (۳) ۳۶ (۴) ۵۵

۴۰- در کیسه‌ای عددهای طبیعی کمتر از ۱۰۰ قرار دارد. هر بار یک عدد انتخاب و به جای a در معادله $(2a+1)x + (3a-4)y = 17$ قرار می‌دهیم. حداقل چند عدد خارج کنیم تا با اطمینان بگوییم معادله فوق جواب دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱